? Goddard QuarterCar ? FSAE Traction Control ??

? Goddard QuarterCar ? FSAE Traction Control ??

撰寫人　：范紹捷　/動力組　/5~9代 基於　TTR9開發

目標:

- 以 Phil Goddard 的 *Slip Control of a Quarter Car Model* 為基礎, 改成符合 FSAE 後驅電動車的牽引力控制（ TC）實驗環境。 Goddard QuarterCar 模型介紹網頁、模型下載 Academia.edu - 詳細說明
- 在 Simulink 上:
  - 先驗證 QuarterCar plant 是否物理正確
  - 再以 PI 控制滑移率 λ, 限制輪上扭矩

---

1. ???????

1.1 FSAE ????

- 總重: $m_{total} = 300 ,\text{kg}$
- 前後配重（估）: 前 45%、後 55%
  - 單後輪垂直力 $$F_{z,\text{rear,single}} \approx \frac{m_{total} g \cdot 0.55}{2} \approx 809 ,\text{N}$$
- 單馬達後驅, 馬達接小齒輪、後輪大齒輪, 總傳動比: $i = 4.02$

1.2 ???????

- 馬達峰值扭矩: $T_{motor,max} = 220,\text{Nm}$
- 後軸總輪上扭矩: $$T_{wheel,total} = T_{motor} \cdot i \approx 220 \times 4.02 \approx 884.4 ,\text{Nm}$$

- 後驅兩輪分配 → 單後輪扭矩（QuarterCar 模型使用）：$$T_{wheel,single} \approx \frac{884.4}{2} \approx 442.2,\text{Nm}$$

在 Simulink 中，對 QuarterCar 單輪模型：

```
T_driver = 442.2;  % Nm, 單後輪全油門扭矩
```

---

2. ???????

2.1 ???????

- 輪胎: Goodyear D2773（FSAE 常用 20x7-13 slick）
- 名目直徑: 13 吋輪圈，滾動半徑近似: $$R_{wheel} \approx \frac{13}{2},\text{in} \times 0.0254 \approx 0.165,\text{m}$$

參數設定（`QuarterCarParams.m` 或 `tc_params.h`）：

```
R_REAR  = 0.165;   % m
R_FRONT = 0.165;   % m
```

---

3. ? ABS ???? TC ??

Goddard 原始模型是 ABS（煞車控制）：踏煞 → 調整煞車扭矩 Tb，維持 λ 在 0.2 左右。
這裡要改成 TC（驅動控制）：加速 → 限制驅動扭矩 T_{driver}，讓 λ 維持在最佳打滑附近。

3.1 Slip ?????

ABS 常用定義（煞車）：

$$\lambda_{ABS} = \frac{v - R \omega}{v}$$

TC 驅動時採用：

$$\lambda_{TC} = \frac{R \omega - v}{v}$$

在 Goddard 模型的 `Slip Calculation` block 中，確認 / 修改為：

```
lambda = (R * angVel - vel) / max(vel, 0.1);
```

> □□□□□□□□□□□□□□□□□□ `Abs`□□□□ TC
> □□□□□□□□□□□□□□□□ / □□□□

3.2 ???????

ABS → □□□ TC → □□□□□□□

- □□□□
  - ABS□□□□ $J \dot{\omega} = -T_b - R F_x$
  - TC□□□□□ $$J \dot{\omega} = T_{driver} - R F_x$$
- □□□□□
  - ABS□□□□ $m \dot{v} = -F_x$
  - TC□□□□□ $$m \dot{v} = F_x$$

□ QuarterCar □□□□□□□□

- □□□ `Sum` → □□ `1/J` □□□□□□□□ `+T_driver` □ `- R*Fx`□
- □□ `Sum` → □□ `1/m` □□□□□□□□ `+Fx` □□□ `-Fx`□□

□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □

---

4. ????? Goodyear D2773 ??

Goddard □□□ Pacejka □□□

$$\mu_x = c \cdot \sin\bigl(b \cdot \arctan(a \lambda)\bigr)$$

`QuarterCarParams.m` □□□□□□

```
roadCoeffs = [1.28 23.99 0.52]; % [a, b, c], □□ μ_peak ≈ 0.52
```

□□□□□ `Fx` □□□□□ `λ≈0.05` □□□

4.1 ?????????

□□□□□□□□□ D2773□□□□□□

```
roadCoeffs = [1.28, 23.99, 0.52];
lambda_base = 0.05;  % □□□□□
```

- λ_peak 約 0.05
- 建議 `DesiredSlip` 的 Final value 也設在 0.05~ 0.08 之間

4.2 ?? FSAE Goodyear????

參考 FSAE 文獻與 μ 值, 可略調高峰值: $\mu_{peak} \approx 0.55$

```
% FSAE Goodyear 乾地近似
roadCoeffs = [1.67, 22.0, 0.55];   % [a, b, mu_peak]
lambda_base = 0.05;                % 峰值附近
```

> 最準確作法: 用實車量測的 ax、輪速與車速 log, 計算 Fx–λ 曲線, 透過 `lsqcurvefit` 或 Curve Fitting Tool 擬合 Pacejka 係數。

---

5. ??????????

5.1 ??????

依前述計算, 單後輪峰值扭矩約 442.2 Nm:

```
T_driver = 440;  % QuarterCar 單後輪輸入扭矩
```

測試時可先使用 Constant block, 或 Step block 0→450 Nm 模擬全油門起步。

5.2 ?? km/h ??

QuarterCar 輸出的 `vel` 單位是 m/s, 可加一個 Gain **3.6** 轉成 km/h:

```
vel (m/s) ── Gain(3.6) ──> v_kmh
```

接到 Scope 或 Display, 方便閱讀 0–50 / 0–100 km/h 表現。

5.3 Plant ?????????

1. `T_driver = 440 Nm` Constant, `DesiredSlip` 不用 (或 Final=0) 。
2. Scope 觀察: `v (km/h)`、`omega`、`lambda`、`Fx`。
3. 確認:

- v 隨時間單調上升。
- `R*omega > v` → λ 為正，表示有打滑。
- λ 峰值約在 0.05~ 0.1（取決於路面係數），Fx 對應峰值（輪胎最大抓地力）。

---

6. PI Traction Control ??

6.1 ????

在 Goddard 的控制器層級上，改成下列 TC 架構:

```
DesiredSlip (Step, 0 → lambda_base)
         |
         v
      [ + ] <——— slip (λ)
         |
         v
      PI(s)
         |
         v
TorqueLimit = min( PI_out, T_demand )
         |
         v
    MotorActuator / QuarterCar (T_driver = TorqueLimit)
```

- `DesiredSlip`: Step block，Initial=0，Final=`lambda_base`（例如 0.05），Sample time=0.005。
- `PI(s)`: 離散 PI；Sample time=0.005 s。
- `T_demand`: 駕駛扭矩需求，例如 Step 0→450 Nm。
- `TorqueLimit`: MinMax block，Mode=**min**，輸入 `[PI_out, T_demand]`。
  - 表示: $T_{driver} = \min(T_{demand}, T_{PI})$，即控制器只會「減扭」，不會要求超過駕駛需求。

6.2 PI ????

根據 QuarterCar 估算與 FSAE 經驗，可用以下範圍作起點:

```
Kp = 800;
Ki = 8000;
lambda_base = 0.05;  % 乾地 Goodyear 峰值附近
```

```
Ts = 0.005;            % 5 ms 控制週期
```

調參方向:

- λ 超調很大（例如先衝到 0.15 再回 0.05） → **Kp** 降低 （ 800 → 500）。
- λ 收斂太慢（ >1 s 才貼近 0.05） → **Kp** 提高 （ 800 → 1200–1500）。
- λ 有穩態誤差（例如停在 0.07） → **Ki** 提高 （ 8000 → 20000）。
- λ 出現明顯振盪 → **Ki** 降低 （ 8000 → 2000–4000）。

---

7. ??????????????

目標: 利用實車的 **CAN-logger** 與量測訊號, 把 Simulink 模型中的輪胎 /車輛參數 （尤其 roadCoeffs 、質量分佈、實際半徑）調整到貼近真實 FSAE 車。

7.1 ??????

建議至少量到下列訊號（你現有硬體已足夠）:

- 四輪輪速: ω_{FL} , ω_{FR}, ω_{RL}, ω_{RR}
- IMU: 縱向加速度 a_x、橫向加速度 a_y、偏航率 r
- 馬達: 轉速 ω_m、實際扭矩指令 / 回授 T_{motor}
- 其它: 油門開度、模式切換狀態等（方便之後分析）

所有訊號以 CAN logger 記錄成時間序列檔（例如 CSV / MDF）。

7.2 ??????

1. 直線全油門起步（乾地）
   - 場地: 平坦乾柏油。
   - 操作: 檔位固定、 TC 關閉, 從靜止全油門加速到約 50–60 km/h。
   - 目的: 取得高 μ 乾路下的 $\lambda–a_x$ 關係與最大加速度。
2. 中低扭矩掃描（低打滑）
   - 多次 run, 用 20%、40%、60% 油門限制。
   - 目的: 在低打滑區（ λ<0.05）估計「線性區」的剛度, 以修正 Pacejka 的 a、b 係數。
3. 低 **μ** 路面（如濕地 / 噴水）
   - 同樣的全油門起步, 在明顯較滑的路段。
   - 目的: 取得另一組 $\lambda–a_x$ 曲線, 用來驗證 μ 估測與多路面設定。

7.3 ??????? ? ? Fx

離線分析（ MATLAB）:

1. 由前輪輪速估車速（假設前輪未打滑）：

```
v_est = 0.5 * (omega_fl + omega_fr) * R_FRONT;  % m/s
```

2. 計算後輪滑移率 λ:

```
lambda_rl = (omega_rl * R_REAR - v_est) ./ max(v_est, 0.1);
lambda_rr = (omega_rr * R_REAR - v_est) ./ max(v_est, 0.1);
lambda_avg = 0.5 * (lambda_rl + lambda_rr);
```

3. 以 IMU 縱向加速度估計總縱向力:

```
Fx_total = m_total * ax_imu;   % N
Fx_single = Fx_total / 2;      % 假設主要由兩後輪提供
```

得到一組實車資料點 $(\lambda_{avg}, F_{x,single})$。

7.4 ?? Pacejka ??

使用非線性最小平方法（ lsqcurvefit）擬合 roadCoeffs = [a, b, c]:

```
lambda_data = lambda_avg(:);
Fx_data     = Fx_single(:);
Fz_single   = m_total * 9.81 * 0.55 / 2;

pacejka_fx = @(p, lam) Fz_single .* (p(3) .* sin(p(2) .* atan(p(1) .* lam)));

p0 = [1.3, 24, 0.55];  % 初始猜測 [a, b, mu_peak]
opts = optimoptions('lsqcurvefit', 'Display', 'iter');
[p_fit, ~] = lsqcurvefit(pacejka_fx, p0, lambda_data, Fx_data, [], [], opts);

a_fit = p_fit(1);
b_fit = p_fit(2);
mu_fit = p_fit(3);

roadCoeffs_new = [a_fit, b_fit, mu_fit];
```

將 `roadCoeffs_new` 帶回 Simulink 之後，再重跑 QuarterCar 模型， Comparing:

- 實車 vs 模擬的 `lambda(t)`、`v(t)`、`ax(t)` 曲線。
- 若誤差仍大，可根據特定區間再調整 a / b（斜率）與 c（峰值 μ）。

7.5 ?????? Kp / Ki

在更新後的輪胎模型下:

1. 用 Simulink 模型跑與實車相同的油門 / 路面情境（ T_demand, lambda_base 同步）。
2. 比較:
   - 模擬 λ 是否與實車趨勢相近（尤其峰值與收斂時間）。
   - 若模擬反應太快 → Kp/Ki 太大; 反之太慢 → Kp/Ki 太小。
3. 以「實車 λ 波形」為 benchmark, 把 PI 參數調到模擬與實車時間響應接近, 再將這組 Kp/Ki 寫回 STM32 Firmware。

---

8. ???????FSAE ???

參數	數值	說明
m_{total}	300 kg	FSAE 整車質量
重量分配	45:55	前 :後, 估計
單後輪 F_z	≈ 809 N	300·9.81·0.55/2
馬達峰扭 T_{motor}	220 Nm	80 kW 電機
傳動比 i	4.02	馬達小齒 →後輪大齒
單後輪峰扭 T_{wheel}	≈ 440 Nm	220·4.02/2
輪半徑 R	0.165 m	13 吋滾動半徑估計
roadCoeffs (原)	[1.28, 23.99, 0.52]	Goddard 乾地
roadCoeffs (FSAE 初猜)	[1.67, 22.0, 0.55]	Goodyear D2773 近似
λ_target	0.05	乾地峰值附近
Ts	0.005 s	控制週期 5 ms
Kp	800	PI 初始
Ki	8000	PI 初始

這份筆記對應的 Simulink 模型改動完成後, 就可以直接拿來:

- 在桌上跑 QuarterCar + PI/TC 算法調參
- 以實車數據反推輪胎模型, 持續修正 roadCoeffs
- 把同一套 PI/TC 參數下放到 STM32 上, 做實車迴圈驗證

Revision #2
Created 2026-04-01 02:06:30 UTC by TaipeiTechRacing
Updated 2026-04-11 14:33:43 UTC by AI Agent